河川水路網の数理

文理学部地理学科 野上道男

方程式を数値的に解くシミュレーション

- ■実例のいくつか(対象期間に注目して)
- 1)天気予報を行うための 地域気象シミュレーション(数日ぐらい)
- 2)地球温暖化を予測するための 地球気候シミュレーション(100年くらい)
- 3)核廃棄物地下貯蔵地域の安全性のための地形変化シミュレーション(10万年)
 - ー→現在のテーマ

地形変化シミュレーション

- ■気候変化・海面変化・地殻運動(境界条件)を 与えて、現在の地形(初期条件)が10万年後ま でにどう変わるかを予測する
- ■モデルは基本的には拡散方程式モデル (時間と空間に関する2階偏微分方程式)

実例を示します

- ■システムを切り替えます.
- お待ちください.

モンテカルロ・シミュレーション

- Monte Carlo(モナコ)とギャンブル
- ■自然、社会現象について、物理的なモデルに、偶然の諸現象を表現する 乱数をコンピュータで発生させて、 その現象の推移・結果を求める手法

乱数列が満たすべきこと

- 整数なら桁数がなるべく多いこと
- 数の間に相関がないこと(無相関性:繰り返しなどがない)
- 同じ数が出現する割合が同じこと (等出現性: 例えば、最後の1桁が1-6までの数)
- 区間に含まれる数の出現率がなるべく同じこと(例えば、偶数と 奇数が現れる率)
- 同じ種を与えたとき、同じ乱数列が得られること
- 一見して規則が無いように見えること(あいまいな基準)
- 一様乱数列→指数乱数列・ポアソン乱数列・正規乱数列の生成

乱数列をコンピュータで発生させることの矛盾 それでは自然の神様は何をしているのか?

モンテカルロ法

- ■原爆開発のために、モンテカルロ法が必要となり、 コンピュータが開発された 核分裂で発生する中性子が他の核を分裂させ、 中性子を発生させる ー→ 原爆の原理
- 家系図問題 少子化時代の大問題?
- 待ち行列問題 店内に、いくつレジを開設したら、どれくらいの 買い物客の列ができるか (費用とお客の満足度の折り合い点をさぐる)

家系図問題

 ● 例えば、女系の家系を取り上げる 1人の女性が2人の女の子を生む確率と 女の子を産まない確率が等しいならば、 その家系(分家も含む)は必ず断絶する. (1人の女の子というケースは先延ばしになるだけ) (3人以上の女の子というケースは無いとする)

丁半賭博問題

- ■持ち金が無くなったら終わり(借金しない)、 という丁半賭博は丁半の確率が1/2 でも、どんどんやり続けると、 かならず終わり(所持金が0)になる
- ■持ち金が10円と100円の2人が確率 1/2の半丁で1円をやりとりする賭博を 続けると、ほとんどの場合、 10円の人は負ける(所持金が0になる)

ランダムウォーク(酔歩)

- ■実例をお見せします
- ■お待ちください

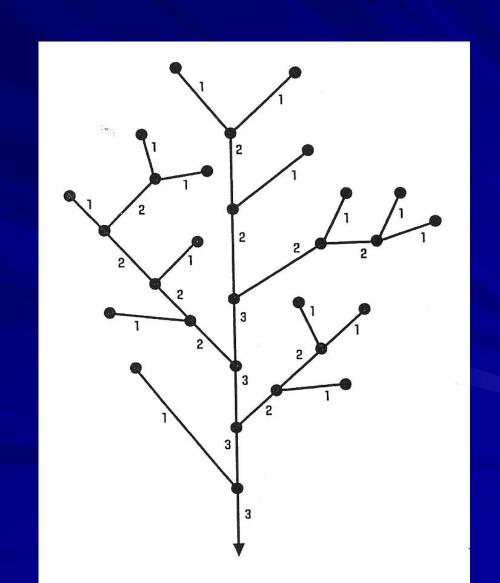
2分木によるシミュレーション

■2分木とは 局所的に、たかだか2つにしか 分岐しない、2つしか合流しない、 という構造をもつ存在のモデル

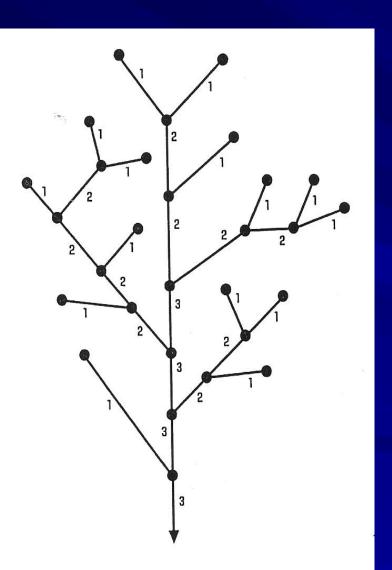
2分木(binary tree)の例

- ■二股ソケット
- ■水道蛇口(給湯管と給水管の合流)
- ■河川水路網(三俣・十字峡は僅少)
- ■情報検索(例えばHi & Lo)
- ■下水の排水網・水道の給水網(やや複雑)

2分木の例 Hortonの法則



Hortonの(次数に関する)法則



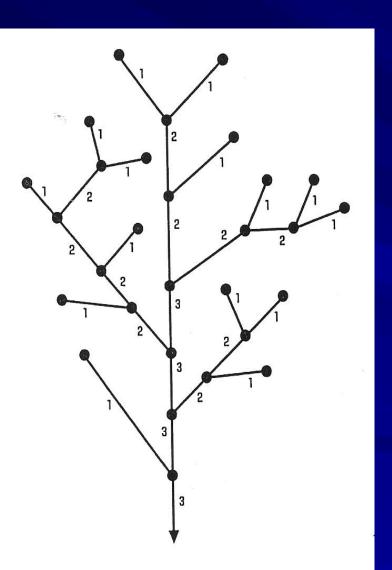
水源と合流点を結ぶ水路網について、 1)水源点から始まる水路を1次とする 2)同次の水路の合流で次数は1増える 3)異次の合流では高い方を引き継ぐ

このように次数づけしたとき, i 次の水路の本数を Ni とすると、

 $N_i = 4 \times N_{i+1} \quad (i > 0)$

このほか、水路長、流域面積、落差に関するメトリックな「法則」があった.

Hortonの(次数に関する)法則



同次の水路の合流しかない場合は

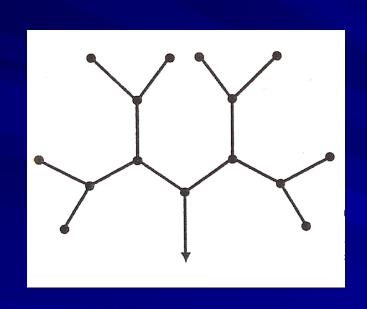
 $N_i = 2 \times N_{i+1}$

となるはずであるが、現実の地形では、

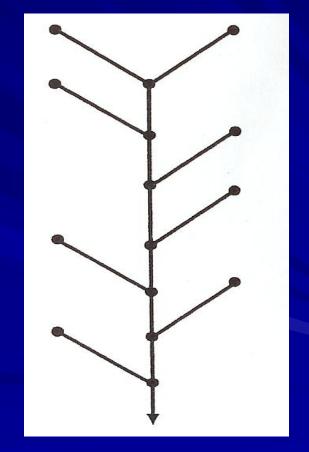
 $N_i = 4 \times N_{i+1}$

となっているのであるから、各次数の水路のうち、半分が次数を上げるのに関与しない「無駄な」合流をしていることになる.

極端な水路網の例 完全バランス 非効率的

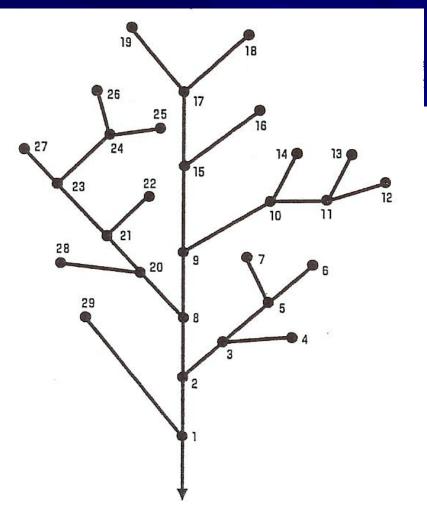


データベースの構造

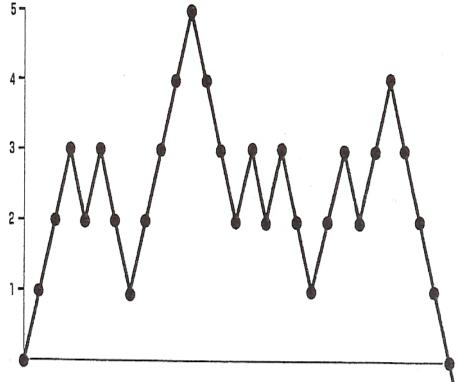


台地上にできる初期の谷系

2分木の巡回とパスへの展開



↓パス(分岐は上、終端は下に移動)



←バイナリ数列(右先順巡回)

乱数列(シミュレーション)による 水路網の構成と水路網特性の探索

■ 乱数列をパスに転換したとき、パスが基準線を下回ったとき、1つの流域が完結したとする (合流点の数は水源点の数より1少ない) → 水路網の(位相的)構成に関する特性測定

乱数列(シミュレーション)による水路網の構成と水路網特性の探索

■パスを基準線で折り返すこと(反射壁)で有限の乱数列から複数の流域を構成することができる。 → 流域分割問題

現実問題として、1つの流域が大陸の半分以上 を占めるような寡占は偶然の神の仕業であるこ とがわかる

水路網に類似する存在

- ■上水道網・下水道網
- ■血管網(動脈・静脈)
- ■植物の幹枝葉:根茎
- 給電網・情報伝達網
- ■油田の集油管網
- ■物流網(集荷一問屋一小売)
- 社会組織(上意下達:直訴ご法度)

一般の網(ネットワーク)

- インターネット(DARPA)
- 道路網 鉄道網
- 社会組織(ネットワーク型)

水路網: 有向2分木構造

双方向性・冗長性があり、多分木構造を持つ社会・組織・システムが望ましい

ネットワーク上での シミュレーション

- フロー問題
- ■電気回路(電流)
- ■道路交通(交通量)
- 道路網上の最適配置問題
- 施設配置(サービスエリア)
- ■出店計画(商圏分析)
 - →GISを用いた分析・計画シミュレーション

水路網の自動追跡

- 地形は等高線で表現されていた(等高線地図)
- コンピュータではDEM(数値標高モデル)で 表現される

「DEM上で水路網を追跡する」という命題

■ 水は低い方(勾配が急な方)に流れる!

しかし、それほど単純ではない.

- DEM上には凹陥地が多数存在する 「長さ」と「表面積」はフラクタルだから!!
- 平坦地と発散する場での流線追跡をどうする

DEMを用いた 水路網の自動抽出

- ■野上の方法:「洪水法」
 - 凹陥地あるいは平坦地であるなら、そこの標高を1単位分増加させる.
 - 2方向が同じ勾配なら、乱数で選択する

以上の操作を、全ての点が海(または出口)に連なるまで繰り返す.

おわり

ありがとうございました